

SUPUESTO 1 - CUERPO DE GESTIÓN DE LA HACIENDA PÚBLICA (CONVOCATORIA 1994)

El señor X es propietario de una finca rústica que adquirió el 1 de Enero de 1980 por 15.000.000 de euros. El señor X obtuvo esta cantidad en dicha fecha mediante la concesión de un préstamo por el mismo importe. A este respecto, se le ofreció la oportunidad de elegir entre los dos préstamos siguientes:

Préstamo A

- Duración -> 15 años
- Tipo de interés -> 8%
- Amortizable mediante anualidades variables en progresión aritmética de razón 10.000 euros, pagaderas al final de cada período

Préstamo B

- Duración -> 15 años
- Tipo de interés -> 8%
- Amortizable mediante anualidades constantes por el sistema alemán de intereses anticipados

El señor X eligió el préstamo cuya primera anualidad, es decir, la de 1980, fuera menor.

En los años siguientes, el señor X cultivó la finca de forma directa, pero a partir del 1 de Enero de 1993 la arrendó, habiéndose estipulado en el contrato correspondiente las cláusulas siguientes:

- La duración del arrendamiento será indefinida.
- Las rentas anuales netas serán pagadas al final de cada período, con un incremento anual de un 5% sobre las del anterior.
- La renta anual correspondiente al año 1993 será de 600.000 euros.
- El tipo de interés de mercado aplicable será del 7,5%.

Posteriormente, con fecha 1 de Enero de 1995 se le ofrece al señor X la posibilidad de cambiar la finca antes citada por un paquete de 30.000 obligaciones de un empréstito emitido el 1 de Enero de 1992, de acuerdo con las condiciones siguientes:

- Amortización mediante anualidades comerciales constantes.
- Valor nominal -> 1.000 euros
- Número de títulos -> 1.000.000
- Duración -> 20 años
- Cupón anual pospagable -> 55 euros
- Prima de reembolso -> 100 euros
- Tipo de interés de mercado -> 7,5%

TRABAJO A REALIZAR:

1. Calcular las anualidades que amortizan ambos préstamos correspondientes al año 1980, y consecuentemente decir cuál es el préstamo que eligió el señor X.
2. Para el préstamo que eligió el señor X, calcular los siguientes importes de la línea decimocuarta de su cuadro de amortización, es decir, la correspondiente al año 1993:
 - Cuota de amortización del año 1993
 - Cuota de intereses
 - Deuda pendiente al comienzo del año 1993
 - Total amortizado al final de ese año
3. Calcular el valor de la finca rústica en el momento de la firma del contrato de arrendamiento.
4. Calcular el importe de la anualidad comercial que amortiza el empréstito.
5. Opinar si a 1 de Enero de 1995 le va a interesar al Sr. X el ejercicio de la opción de permuta, realizando para ello los cálculos pertinentes.

Apartado 1

➔ Préstamo A

Estamos ante un préstamo pospagable y variable en progresión aritmética. Para el cálculo de la primera anualidad (término “C”), teniendo en cuenta que la totalidad del préstamo se pide por 15.000.000 de euros, que la razón del mismo es de 10.000 euros, y que la duración y el tipo de interés son, respectivamente, de 15 años y del 8%, haremos el siguiente cálculo:

$$A(C; d=10.000)_{15 \backslash 8\%} = \left(C + \frac{10.000}{0,08} + 15 \times 10.000 \right) \times \frac{1 - (1+0,08)^{-15}}{0,08} - \frac{(15 \times 10.000)}{0,08} = 15.000.000$$

$$(8,55947869 \times C) + 2.353.856,64 - 1.875.000 = 15.000.000$$

$$8,55947869 \times C = 14.521.143,36$$

Despejando el término “C” de la ecuación anterior, obtenemos una primera anualidad de 1.696.498,57 euros.

➔ Préstamo B

Un préstamo amortizable por el sistema alemán de intereses anticipados, se caracteriza porque la anualidad es constante a lo largo de la vida del préstamo y, además, habrá que tener en cuenta un primer término en el origen que recoja los intereses prepagables del primer período.

En primer lugar, y teniendo en cuenta que el tipo de interés que indica el enunciado es un tipo de interés pospagable, ya que coincide con el del préstamo A, tendremos que calcular el tipo de interés prepagable equivalente que emplear en el cálculo de este préstamo B:

$$i^* = 0,08 / (1 + 0,08) = 0,07407407 \rightarrow i^* = 7,407407\%$$

Una vez calculado este tipo de interés, podremos conocer cuales son los términos amortizativos constantes de la vida del préstamo:

$$\alpha = \frac{C}{\frac{1 - (1 - i^*)^n}{i^*}} = \frac{15.000.000}{\frac{1 - (1 + 0,07407407)^{15}}{0,07407407}} = 1.622.632,57 \text{ euros}$$

Conocido el término amortizativo anual constante, y teniendo en cuenta que en el último período no se pagan intereses, sabemos que la cuota de amortización del último período coincide con el capital vivo a principios del último período.

La construcción del cuadro de amortización en este caso es sencilla: los intereses que se satisfacen en el año inicial, es decir, 1980, son los siguientes:

$$\text{Intereses} = 0,07407407 * 15.000.000 = 1.111.111,11 \text{ euros}$$

En el año 1980 no se paga ninguna cantidad adicional, puesto que la amortización del capital comienza el 1 de enero del año 1981.

El cuadro de amortización será el siguiente, teniendo en cuenta que es más recomendable proceder a su construcción comenzando por el final, partiendo de la afirmación del segundo párrafo de esta página, ya que conocemos que la última cuota de amortización coincidirá con el término amortizativo debido a la ausencia de intereses.

Período	Cuota	Intereses	Capital	Pendiente
0	1.111.111,11	1.111.111,11		15.000.000,00
1	1.622.632,57	1.070.189,40	552.443,17	14.447.556,84
2	1.622.632,57	1.025.993,94	596.638,63	13.850.918,21
3	1.622.632,57	978.262,85	644.369,72	13.206.548,49
4	1.622.632,57	926.713,27	695.919,30	12.510.629,20
5	1.622.632,57	871.039,73	751.592,84	11.759.036,36
6	1.622.632,57	810.912,30	811.720,27	10.947.316,09
7	1.622.632,57	745.974,68	876.657,89	10.070.658,20
8	1.622.632,57	675.842,05	946.790,52	9.123.867,68
9	1.622.632,57	600.098,81	1.022.533,76	8.101.333,92
10	1.622.632,57	518.296,11	1.104.336,46	6.996.997,46
11	1.622.632,57	429.949,19	1.192.683,38	5.804.314,08
12	1.622.632,57	334.534,52	1.288.098,05	4.516.216,03
13	1.622.632,57	231.486,68	1.391.145,89	3.125.070,13
14	1.622.632,57	120.195,01	1.502.437,56	1.622.632,57
15	1.622.632,57	0,00	1.622.632,57	0,00

Por tanto, teniendo en cuenta exclusivamente lo que nos solicita el enunciado, en el año 1980 el préstamo con una anualidad más reducida es el préstamo B, ya que se pagarán 1.111.111,11 euros con respecto a los 1.696.498,57 euros que implicaría la elección del préstamo A.

Apartado 2

→ Cuota de amortización del año 1993

$$A_k = A_{k+1} \times (1 - i^*)$$

$$A_{14} = A_{15} \times (1 - 0,07407407) = 1.622.632,57 \times (1 - 0,07407407) = 1.502.437,56 \text{ euros}$$

→ Cuota de intereses del año 1993

Conocida la cuota de amortización, para el cálculo de la cuota de intereses únicamente tendremos que restar el importe del término amortizativo y el importe de dicha cuota de amortización previamente calculada:

$$I_{14} = \alpha - A_{14} = 1.622.632,57 - 1.502.437,56 = 120.195,01 \text{ euros}$$

→ Capital vivo al comienzo del año 1993

El capital vivo al comienzo del período 14, coincidirá con el capital vivo al final del período 13, por lo que emplearemos la siguiente fórmula para hallar este dato:

$$C_k = \alpha \times \frac{1 - (1 - i^*)^{n-k}}{i^*}$$

$$C_{13} = 1.622.632,57 \times \frac{1 - (1 - 0,07407407)^{15-13}}{0,07407407} = 3.125.070,13 \text{ euros}$$

→ Total amortizado al final del año 1993

Conociendo que estamos en la antepenúltima cuota del préstamo, el total amortizado coincidirá con la totalidad del préstamo menos la última cuota, que son 1.622.632,57 euros. Por tanto:

$$M_{14} = 15.000.000 - 1.622.632,57 = 13.377.367,43 \text{ euros}$$

Apartado 3

En este caso, nos encontramos ante una renta variable en progresión geométrica, pospagable y perpetua, que calcularemos así:

$$A (C=600.000 ; q=1,05)_{\infty \setminus 7,5\%} = \frac{600.000}{1 + 0,075 - 1,05} = 24.000.000 \text{ euros}$$

Teniendo en cuenta que el enunciado habla de “rentas anuales netas”, podemos considerar incluidos en estos 600.000 euros, tanto los ingresos procedentes del arrendamiento como la totalidad de gastos inherentes a dicha finca.

Apartado 4

Se trata de un empréstito asimilable a un préstamo francés, con prima de reembolso de 100 euros (es decir, nuestro término C_p es igual a 1.100 euros) y valor de emisión de 1.000 euros inferior. Debido a la prima de reembolso, hacemos el cambio de variable del tipo de interés, teniendo en cuenta que este es del 5,5% (el cupón es de 55 euros anuales):

$$i'_1 = (C \times i) / C_p = (1.000 \times 0,055) / 1.100 = 0,05 \rightarrow 5\%$$

Conociendo en cuenta estos datos, ya podemos calcular nuestro término amortizativo siguiendo la siguiente ecuación:

$$N_1 \times C_p = \alpha \times \frac{1 - (1 + 0,05)^{-20}}{0,05}$$

$$\frac{1.000.000 \times 1.100}{\frac{0,623110517}{0,05}} = \alpha$$

$$\alpha = 88.266.845,91 \text{ euros}$$

Por tanto, la anualidad comercial que amortiza este empréstito asciende a un importe de 88.266.845,91 euros anuales.

Apartado 5

En primer lugar, debemos calcular el valor de la finca rústica a 1 de Enero de 1995, siguiendo el mismo esquema que el empleado en el apartado 3:

$$\text{Valor FR} = \frac{600.000 \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,05)}{1 + 0,075 - 1,05} = 26.460.000 \text{ euros}$$

Posteriormente, para comprobar si es interesante esta operación, será necesario calcular el valor de 30.000 obligaciones a la misma fecha. Debemos tener en cuenta que en esta fecha quedan pendientes 17 años. Para ello, calculamos en primer lugar el número de títulos vivos al inicio del cuarto año:

$$N_4 \times 1.100 = 88.266.845,91 \times \frac{1 - (1 + 0,05)^{-17}}{0,05}$$

Despejando N_4 de la ecuación anterior, obtenemos un total de 904.660 títulos (redondeando decimales para ello).

Por su parte, el valor actual medio de una obligación, será el cociente entre el valor actualizado de las anualidades pendientes (importante, para hallar este importe se emplea el tipo de interés de mercado y no el tipo de interés de las obligaciones) y el número de títulos vivos:

$$VA = \frac{88.266.845,91 \times \frac{1 - (1 + 0,075)^{-17}}{0,075}}{904.660} = 920,46 \text{ euros/obligación}$$

Como el Sr. X es propietario de 30.000 obligaciones, el importe de las mismas en esta fecha será el siguiente:

$$\text{Valor obligaciones} = 30.000 \text{ títulos} \times 920,46 \text{ euros} = 27.613,883,85 \text{ euros}$$

De esta forma, al Sr. X le interesará cambiar la finca rústica por las 30.000 obligaciones del empréstito puesto que tienen un valor actualizado superior al de aquella.

SUPUESTO 2

1.- La entidad mercantil X va a acometer la construcción de un parque eólico al amparo de una autorización administrativa con una inversión inicial de 2.000 millones de euros (M€). El rendimiento neto anual de la inversión se espera que sea de 250M€.

Cada 12 años de funcionamiento del parque eólico va a tener que acometer unos gastos de mantenimiento extraordinarios de 7 M€. Para la financiación de los gastos extraordinarios se considera que habrá de constituirse, con cargo al referido resultado neto, un fondo anual constante que, colocado al 5 %, permita hacer frente a dichos gastos.

La financiación de la inversión se va a materializar con la aportación inicial de la empresa de 500 M€ y el resto mediante la emisión de un empréstito con emisión de 16.000 títulos de 100.000 € de nominal cada uno. Los gastos de la emisión ascienden a 1 M€.

Los accionistas imponen como condición para realizar la operación, que el rendimiento neto anual de la inversión cubra: la anualidad correspondiente al empréstito previsto, los gastos de mantenimiento extraordinarios, así como una retribución anual en forma de dividendo de un 5% de la aportación inicial de la empresa al proyecto.

TRABAJO A REALIZAR:

- a) Valor de un título en el momento de la emisión.
- b) Determinar la anualidad comercial constante que amortiza el empréstito.

2.- La mercantil X es titular a 1 de enero de 2018 de la nuda propiedad de un préstamo concedido hace cuatro años por una cuantía de 1 M€, con una duración total de 8 años, habiéndose pactado que los 2 primeros años fuesen de carencia, amortizándose en los 6 años restantes mediante anualidades constantes, siendo el tipo de interés con el que se valoró la operación del 5 % anual.

TRABAJO A REALIZAR:

- a) Anualidades que amortizan el préstamo.
- b) Valor del usufructo y de la nuda propiedad, sabiendo que el tanto de mercado para operaciones de cuantía y duración similares es, en estos momentos, del 6 % anual.

INFORMACIÓN AUXILIAR	
s_{12-5}	15,91712652
a_{6-5}	5,075692067
a_{4-6}	3,465105613
a_{4-5}	3,545950504

Apartado 1

→ Punto a)

La inversión del parque eólico alcanza los 2.000 millones de euros, de los cuales la entidad mercantil va a aportar inicialmente 500 millones, siendo necesario emitir un empréstito por los 1.500 millones restantes.

Para conocer el valor de emisión, vamos a resolver la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \text{Nº Títulos} \times \text{Valor de emisión} - \text{Gastos de emisión} &= 1.500 \text{ millones} \\ 16.000 \text{ títulos} \times \text{Valor de emisión} - 1 \text{ millón} &= 1.500 \text{ millones} \end{aligned}$$

Despejando el valor de emisión de la ecuación anterior, obtenemos que cada título se emitirá por 93.812,50 euros, siendo el total de la emisión, por tanto, de 1.501 millones de euros.

→ Punto b)

Según establece el enunciado, los accionistas imponen como condición para realizar la operación, que el rendimiento neto anual de la inversión cubra: la anualidad correspondiente al empréstito previsto, los gastos de mantenimiento extraordinarios, así como una retribución anual en forma de dividendo de un 5% de la aportación inicial de la empresa al proyecto.

Procederemos a calcular cada uno de los términos anteriores:

- Rendimiento anual de la inversión = 250.000.000 euros
- Dividendos anuales = 500.000.000 x 0,05 = 25.000.000 euros
- Dotación para cubrir gastos de mantenimiento extraordinarios. Para la financiación de los gastos extraordinarios se considera que habrá de constituirse, con cargo al referido resultado neto, un fondo anual constante que, colocado al 5 %, permita hacer frente a dichos gastos. Estos gastos serán de 7.000.000 euros, por lo que para conocer esta cantidad anual efectuaremos los siguientes cálculos:

$$7.000.000 = \alpha \times \frac{(1 + 0,05)^{12} - 1}{0,05} \rightarrow \alpha = 439.777,87 \text{ euros}$$

Por tanto, para el cálculo de la anualidad del empréstito, tendremos que restar del rendimiento anual de la inversión el resto de conceptos:

$$\text{Anualidad empréstito} = 250.000.000 - 25.000.000 - 439.777,87 = 224.560.222,13 \text{ euros}$$

Apartado 2

→ Punto a)

Para el cálculo de la anualidad del préstamo, debemos tener en cuenta la carencia total de 2 años, en los que no se pagan ni intereses ni capital. Así, el capital acumulado al finalizar estos 2 años ascenderá:

$$C_2 = 1.000.000 \times (1 + 0,05)^2 = 1.102.500 \text{ euros}$$

Una vez obtenido este dato, la fórmula de cálculo de la anualidad será:

$$1.102.500 = \alpha \times \frac{1 - (1 + 0,05)^{-6}}{0,05} \rightarrow \alpha = 217.211,76 \text{ euros}$$

➔ Punto b)

El usufructo de un préstamo se obtiene como diferencia entre el valor del mismo y la nuda propiedad en el momento de valoración, en este caso, el quinto año (una vez que se ha pagado la anualidad correspondiente al cuarto año). Es importante tener en cuenta que en este momento, la vida pendiente del préstamo es de 4 años.

El valor del usufructo en este año se obtiene a través de la siguiente expresión:

$$V_5 = 217.211,76 \times \frac{1 - (1 + 0,06)^{-4}}{0,06} = 752.661,68 \text{ euros}$$

Por su parte, la nuda propiedad (N_5) se calcula actualizando las cuotas de amortización pendientes al tipo de interés del mercado.

La cuota de amortización del quinto período ha sido la siguiente:

$$A_5 = A_3 \times (1 + 0,05)^2 = [217.211,78 - (1.102.500 \times 0,05)] \times (1 + 0,05)^2 = 178.700,65$$

Debemos conocer que, al estar en un préstamo de tipo francés, las cuotas de amortización varían en progresión geométrica de razón 1,05 en este caso:

$$N_5 = A_{(A_5; 1,06)^4 \backslash 0,05} = 178.700,65 \times \frac{1 - 1,05^4 \times 1,06^{-4}}{1 + 0,06 - 1,05} = 664.859,38 \text{ euros}$$

Finalmente, el valor del usufructo será:

$$U_5 = V_5 - N_5 = 752.661,68 - 664.859,38 = 87.802,30 \text{ euros}$$